



**FERNSTUDIUM
GUIDE** *Zukunft beginnen.*

Mikroökonomie

Firmentheorie Teil 1

Demo - Version



Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte vorbehalten. **FSGU® AKADEMIE**
Staatlich geprüft und zugelassen unter der Zulassungsnummer 7272614c

Firmentheorie Teil 1

Kapitel 3 - Theorie der Firma

3.1 Produktionstheorie

3.1.1 Einführung

3.1.2 Technisch ökonomische Effizienz

3.1.3 Eigenschaften der Produktionsfunktion

3.1.4 Produktionselastizität

3.1.5 Totale Faktorvariation

3.1.6 Homogenitätsgrad

3.1.7 Skalanelastizität

3.1.8 Substitutionale Faktorvariation

- Grenzrate der Substitution

- Substitutionselastizität

3.1.9 Spezielle Produktionsfunktionen

- ertragsgesetzliche Produktionsfunktion

- lineare Produktionsfunktion

- linear-limitationale Produktionsfunktion

- neoklassische Produktionsfunktion

- homothetische Produktionsfunktion

3.2 Aufgaben

3.1.6 Homogenitätsgrad

Eine Produktionsfunktion ist homogen vom Grade h , wenn gilt:

Wenn alle Faktormengen um μ steigen, erhöht sich die Ausbringungsmenge um das μ^h -fache. h ist dann der Homogenitätsgrad. Dann gilt:

$$\mu^h Q(L, C) = Q(\mu L, \mu C)$$

Achtung: Nicht jede Funktion ist homogen! Also nicht jede Funktion hat einen Homogenitätsgrad!

Beispiel: $Q(L, C) = 0,5 \left[\frac{1}{100} \left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}} \right) \right]^{12}$

$$\begin{aligned} Q(\mu \cdot L, \mu \cdot C) &= 0,5 \cdot \left[\frac{1}{100} \left((\mu \cdot L)^{\frac{5}{3}} + (\mu \cdot C)^{\frac{5}{3}} \right) \right]^{12} = 0,5 \cdot \left[\frac{1}{100} \left(\mu^{\frac{5}{3}} \cdot L^{\frac{5}{3}} + \mu^{\frac{5}{3}} \cdot C^{\frac{5}{3}} \right) \right]^{12} \\ &= 0,5 \cdot \left[\frac{1}{100} \left(\mu^{\frac{5}{3}} \cdot \left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}} \right) \right) \right]^{12} = 0,5 \cdot \left[\mu^{\frac{5}{3}} \cdot \frac{1}{100} \left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}} \right) \right]^{12} = 0,5 \cdot \left[\mu^{\frac{5}{3}} \right]^{12} \cdot \left[\frac{1}{100} \left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}} \right) \right]^{12} \\ &= \left[\mu^{\frac{5}{3}} \right]^{12} \cdot 0,5 \cdot \left[\frac{1}{100} \left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}} \right) \right]^{12} = \mu^{12 \cdot \frac{5}{3}} \cdot Q(L, C) = \mu^{20} \cdot Q(L, C) \Rightarrow h = 20 \end{aligned}$$

3.1.6 Homogenitätsgrad

Eine Produktionsfunktion ist homogen vom Grade h , wenn gilt:

Wenn alle Faktormengen um μ steigen, erhöht sich die Ausbringungsmenge um das μ^h -fache. h ist dann der Homogenitätsgrad. Dann gilt:

$$\mu^h Q(L, C) = Q(\mu L, \mu C)$$

Achtung: Nicht jede Funktion ist homogen! Also nicht jede Funktion hat einen Homogenitätsgrad!

Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion

$$Q(L, C) = A \cdot L^a \cdot C^b \quad A, a, b > 0$$

$$\begin{aligned} Q(\mu \cdot L, \mu \cdot C) &= A \cdot (\mu \cdot L)^a \cdot (\mu \cdot C)^b = A \cdot \mu^a \cdot L^a \cdot \mu^b \cdot C^b = A \cdot \mu^a \cdot \mu^b \cdot L^a \cdot C^b = A \cdot \mu^{a+b} \cdot L^a \cdot C^b \\ &= \mu^{a+b} \cdot Q(L, C) \Rightarrow a + b = h \end{aligned}$$

Die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion hat den Homogenitätsgrad $a+b$:

Ist $a+b$ gleich Eins, dann ist sie *linearhomogen*.

Ist $a+b$ größer als Eins, dann ist sie *überlinearhomogen*.

Ist $a+b$ kleiner als Eins, dann ist sie *unterlinearhomogen*.

3.1.7 Skalanelastizität

Die **Skalanelastizität** beschreibt das Verhältnis der relativen Änderung der Outputmenge Q zur relativen Änderung des Proportionalitätsfaktors. Sie gibt näherungsweise an, um wieviel Prozent der Output (bei einem gewissen Niveau) steigt, wenn alle Faktormengen um ein Prozent erhöht werden.

$$\varepsilon_{Q,\mu} = \frac{dQ}{d\mu} \cdot \frac{\mu}{Q(\mu L, \mu C)} = \frac{dQ}{d\mu} \cdot \frac{Q(\mu L, \mu C)}{\mu}$$

Satz 2:

Bei homogenen (!) Produktionsfunktionen entspricht die Skalanelastizität dem Homogenitätsgrad:

$$\varepsilon_{Q,\mu} = h$$

Beweis:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{Q,\mu} &= \frac{dQ}{d\mu} \cdot \frac{\mu}{Q(\mu L, \mu C)} = \left[\mu^h \cdot Q(L, C) \right]' \cdot \frac{\mu}{\mu^h \cdot Q(L, C)} = h \cdot \mu^{h-1} \cdot Q(L, C) \cdot \frac{\mu}{\mu^h \cdot Q(L, C)} \\ &= h \cdot \frac{\mu^h}{\mu} \cdot Q(L, C) \cdot \frac{\mu}{\mu^h \cdot Q(L, C)} = h \cdot \frac{\mu}{\mu} \cdot \frac{\mu^h \cdot Q(L, C)}{\mu^h \cdot Q(L, C)} = h\end{aligned}$$

weil die Produktionsfunktion homogen ist:

$$\mu^h Q(L, C) = Q(\mu L, \mu C)$$

3.1.8 Substitutionale Faktorvariation | Substitutionselastizität

Substitutionselastizität Berechnung für Cobb-Douglas Produktionsfunktion: $Q(L,C) = A \cdot L^a \cdot C^b$ $A, a, b > 0$

1. Bilde die Grenzproduktivitäten: $Q_L = A \cdot a \cdot L^{a-1} \cdot C^b$ $Q_C = A \cdot L^a \cdot b \cdot C^{b-1}$

2. Bilde die den Quotienten aus den beiden Grenzproduktivitäten:

$$\frac{Q_C}{Q_L} = \frac{A \cdot L^a \cdot b \cdot C^{b-1}}{A \cdot a \cdot L^{a-1} \cdot C^b} = \frac{L^a \cdot L \cdot b \cdot C^b}{a \cdot L^a \cdot C^b \cdot C} = \frac{L \cdot b}{a \cdot C} = \frac{b \cdot L}{a \cdot C} = \frac{b}{a} \cdot \frac{L}{C}$$

3. Leite den Quotienten aus den beiden Grenzproduktivitäten nach L/C (nun eine Variable!!) ab:

$$\frac{d\left(\frac{Q_C}{Q_L}\right)}{d\left(\frac{L}{C}\right)} = \frac{d\left(\frac{Q_C}{Q_L}(x)\right)}{dx} = \left(\frac{b}{a} \cdot \frac{L}{C}\right)' = \left(\frac{b}{a} \cdot x\right)' = \frac{b}{a}$$

4. Bilde den Kehrwert dieser Ableitung und multipliziere mit dem Restterm:

$$\varepsilon_{sub}(L,C) = \frac{d\left(\frac{L}{C}\right)}{d\left(\frac{Q_C}{Q_L}\right)} \cdot \frac{Q_C/Q_L}{L/C} = \frac{1}{\frac{b}{a}} \cdot \frac{\frac{b}{a} \cdot \frac{L}{C}}{L/C} = \frac{a}{b} \cdot \frac{\frac{b}{a} \cdot \frac{L}{C}}{L/C} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{L}{L} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \cdot 1 = 1$$

Die Substitutionselastizität der Cobb-Douglas Produktionsfunktion ist gleich 1.

Herausgeber:

FSGU® AKADEMIE - Ein Unternehmen der FSGU® GmbH

Erlenweg 1

D-77948 Friesenheim

kontakt@fsgu-akademie.de | www.fsgu-akademie.de

info@fernstudium-guide.de | www.fernstudium-guide.de

Alle Rechte vorbehalten