FERNSTUDIUM GUIDE *Zukunft beginnen.*

Mikroökonomie

Firmentheorie Teil 1

Demo - Version

ZUGELASSEN ZFU STAATLICHE ZENTRALSTELLE FÜR FERNUNTERRICHT

Firmentheorie Teil 1

Eine Produktionsfunktion ist homogen vom Grade *h*, wenn gilt:

Wenn **alle** Faktormengen um μ steigen, erhöht sich die Ausbringungsmenge um das μ^h -fache. *h* ist dann der Homogenitätsgrad. Dann gilt:

$$\mu^h Q(L,C) = Q(\mu L, \mu C)$$

Achtung: Nicht jede Funktion ist homogen! Also nicht jede Funktion hat einen Homogenitätsgrad!

Beispiel: $Q(L,C) = 0{,}5\left[\frac{1}{100}\left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}}\right)\right]^{12}$

$$Q(\mu\cdot L,\mu\cdot C) = 0{,}5\cdot\left[\frac{1}{100}\left((\mu\cdot L)^{\frac{5}{3}} + (\mu\cdot C)^{\frac{5}{3}}\right)\right]^{12} = 0{,}5\cdot\left[\frac{1}{100}\left(\left(\mu^{\frac{5}{3}}\cdot L^{\frac{5}{3}}\right) + \left(\mu^{\frac{5}{3}}\cdot C^{\frac{5}{3}}\right)\right)\right]^{12}$$

$$= 0{,}5\cdot\left[\frac{1}{100}\left(\mu^{\frac{5}{3}}\cdot\left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}}\right)\right)\right]^{12} = 0{,}5\cdot\left[\mu^{\frac{5}{3}}\cdot\frac{1}{100}\left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}}\right)\right]^{12} = 0{,}5\cdot\left[\mu^{\frac{5}{3}}\right]^{12}\cdot\left[\frac{1}{100}\left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}}\right)\right]^{12}$$

$$= \left[\mu^{\frac{5}{3}}\right]^{12}\cdot 0{,}5\cdot\left[\frac{1}{100}\left(L^{\frac{5}{3}} + C^{\frac{5}{3}}\right)\right]^{12} = \mu^{12\cdot\frac{5}{3}}\cdot Q(L,C) = \mu^{20}\cdot Q(L,C) => h = 20$$

Eine Produktionsfunktion ist homogen vom Grade *h*, wenn gilt:

Wenn **alle** Faktormengen um μ steigen, erhöht sich die Ausbringungsmenge um das μ^h -fache. *h* ist dann der Homogenitätsgrad. Dann gilt:

$$\boxed{\mu^h Q(L,C) = Q(\mu L, \mu C)}$$

Achtung: Nicht jede Funktion ist homogen! Also nicht jede Funktion hat einen Homogenitätsgrad!

Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion

$$Q(L,C) = A \cdot L^a \cdot C^b \qquad A,a,b > 0$$

$$Q(\mu \cdot L, \mu \cdot C) = A \cdot (\mu \cdot L)^a \cdot (\mu \cdot C)^b = A \cdot \mu^a \cdot L^a \cdot \mu^b \cdot C^b = A \cdot \mu^a \cdot \mu^b \cdot L^a \cdot C^b = A \cdot \mu^{a+b} \cdot L^a \cdot C^b$$
$$= \mu^{a+b} \cdot Q(L,C) \quad \Rightarrow \quad a+b=h$$

Die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion hat den Homogenitätsgrad *a+b*:

Ist *a+b gleich Eins,* dann ist sie *linearhomogen*.

Ist *a+b größer als Eins,* dann ist sie *überlinearhomogen*.

Ist *a+b kleiner als Eins,* dann ist sie *unterlinearhomogen*.

Die **Skalenelastizität** beschreibt das Verhältnis der relativen Änderung der Outputmenge Q zur relativen Änderung des Proportionalitätsfaktors. Sie gibt näherungsweise an, um wieviel Prozent der Output (bei einem gewissen Niveau) steigt, wenn alle Faktormengen um ein Prozent erhöht werden.

$$\varepsilon_{Q,\mu} = \frac{dQ}{d\mu} \cdot \frac{\mu}{Q(\mu L, \mu C)} = \frac{\frac{dQ}{d\mu}}{\frac{Q(\mu L, \mu C)}{\mu}}$$

Satz 2:

Bei homogenen (!) Produktionsfunktionen entspricht die Skalenelastizität dem Homogenitätsgrad: $\boxed{\varepsilon_{Q,\mu} = h}$

Beweis:

$$\varepsilon_{Q,\mu} = \frac{dQ}{d\mu} \cdot \frac{\mu}{Q(\mu L, \mu C)} = \left[\mu^h \cdot Q(L,C)\right]' \cdot \frac{\mu}{\mu^h \cdot Q(L,C)} = h \cdot \mu^{h-1} \cdot Q(L,C) \cdot \frac{\mu}{\mu^h \cdot Q(L,C)}$$

$$= h \cdot \frac{\mu^h}{\mu} \cdot Q(L,C) \cdot \frac{\mu}{\mu^h \cdot Q(L,C)} = h \cdot \frac{\mu}{\mu} \cdot \frac{\mu^h \cdot Q(L,C)}{\mu^h \cdot Q(L,C)} = h$$

weil die Produktionsfunktion homogen ist: $\boxed{\mu^h Q(L,C) = Q(\mu L, \mu C)}$

FSGU® AKADEMIE

Substitutionselastizität Berechnung für Cobb-Douglas Produktionsfunktion: $Q(L,C) = A \cdot L^a \cdot C^b \qquad A,a,b > 0$

1. Bilde die Grenzproduktivitäten: $Q_L = A \cdot a \cdot L^{a-1} \cdot C^b \qquad Q_C = A \cdot L^a \cdot b \cdot C^{b-1}$

2. Bilde die den Quotienten aus den beiden Grenzproduktivitäten:

$$\frac{Q_C}{Q_L} = \frac{A \cdot L^a \cdot b \cdot C^{b-1}}{A \cdot a \cdot L^{a-1} \cdot C^b} = \frac{L^a \cdot L \cdot b \cdot C^b}{a \cdot L^a \cdot C^b \cdot C} = \frac{L \cdot b}{a \cdot C} = \frac{b \cdot L}{a \cdot C} = \frac{b}{a} \cdot \frac{L}{C}$$

3. Leite den Quotienten aus den beiden Grenzproduktivitäten nach *L/C* (nun eine Variable!!) ab:

$$\frac{d\left(\frac{Q_C}{Q_L}\right)}{d\left(\frac{L}{C}\right)} = \frac{d\left(\frac{Q_C}{Q_L}(x)\right)}{dx} = \left(\frac{b}{a} \cdot \frac{L}{C}\right)' = \left(\frac{b}{a} \cdot x\right)' = \frac{b}{a}$$

4. Bilde den Kehrwert dieser Ableitung und multipliziere mit dem Restterm:

$$\varepsilon_{sub}(L,C) = \frac{d\left(\frac{L}{C}\right)}{d\left(\frac{Q_C}{Q_L}\right)} \cdot \frac{Q_C / Q_L}{L / C} = \frac{1}{\frac{b}{a}} \cdot \frac{\frac{b}{a} \cdot \frac{L}{C}}{L / C} = \frac{a}{b} \cdot \frac{\frac{b}{a} \cdot \frac{L}{C}}{L / C} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{\frac{L}{C}}{L / C} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \cdot 1 = 1$$

Die Substitutionselastizität der Cobb-Douglas Produktionsfunktion ist gleich 1.

FSGU® AKADEMIE

Herausgeber:
FSGU® AKADEMIE - Ein Unternehmen der FSGU® GmbH
Erlenweg 1
D-77948 Friesenheim
kontakt@fsgu-akademie.de | www.fsgu-akademie.de
info@fernstudium-guide.de | www.fernstudium-guide.de